

5.1 Aufgaben zu Tangentengleichungen

Aufgabe 1:

Zeichnen Sie zunächst die Graphen der Funktion sowie die Tangente an der Stelle x_0 .

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente aus dem Graphen. Berechnen Sie dann die Gleichung der Tangente an der Stelle x_0 exakt. Vergleichen Sie die Ergebnisse.

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ für $x_0 = 2$

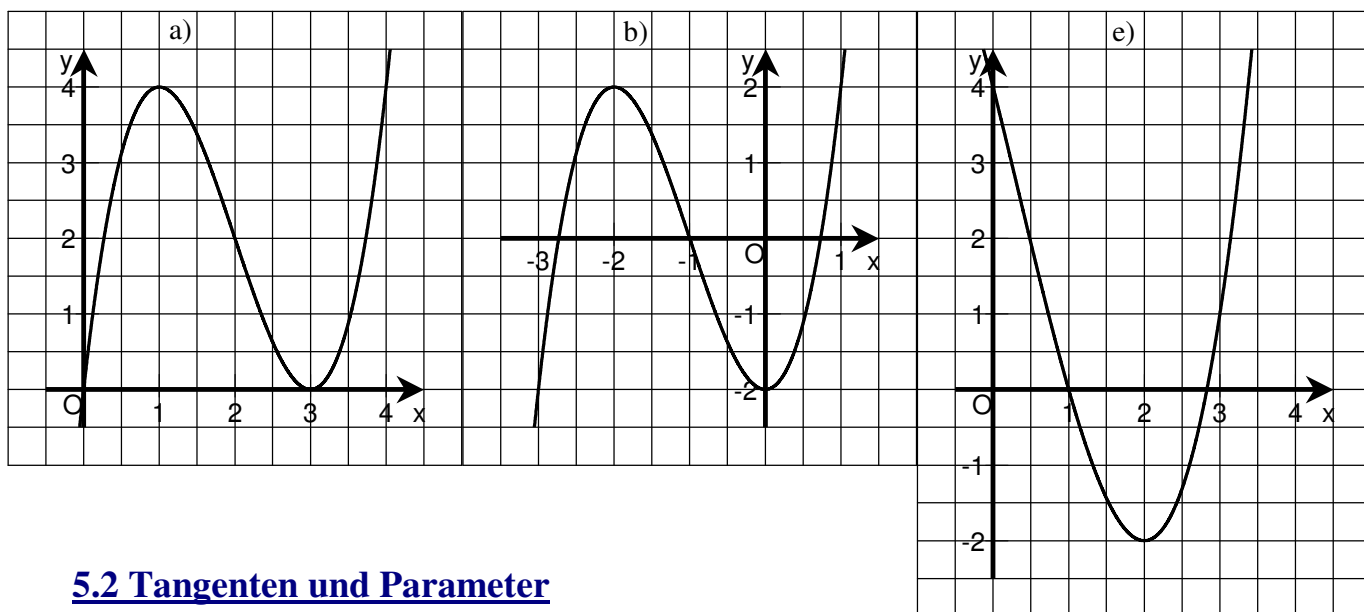
b) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ für $x_0 = 1$

c) $f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 2$ für $x_0 = -1,5$

d) $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$ für $x_0 = 1$

e) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$ für $x_0 = 2$

f) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$ für $x_0 = 0$



5.2 Tangenten und Parameter

Aufgabe 2:

Gegeben sind die reellen Funktionen $f_k : x \mapsto f_k$ mit $f_k(x) = x^3 - 2x^2 + kx + 2$ und $k \in \mathbb{R}$.

1 Zeigen Sie, dass sich alle Graphen der Schar auf der y-Achse schneiden.

Geben Sie die Koordinaten dieses gemeinsamen Punktes G an.

2.0 Für die folgenden Teilaufgaben wird die Tangente an der Stelle $x_0 = 0$ betrachtet.

2.1 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in Abhängigkeit von k.

2.2 Untersuchen Sie, für welchen Wert von k diese Tangente waagrecht verläuft.

Berechnen Sie für diesen Fall den zweiten gemeinsamen Punkt von Graph und Tangente.

2.3 Führen Sie die Berechnung von 2.2.2 allgemein – in Abhängigkeit von k – durch.

3.0 Für die folgenden Teilaufgaben wird die Tangente an der Stelle $x_0 = 1$ betrachtet.

3.1 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in Abhängigkeit von k.

3.2 Untersuchen Sie, für welchen Wert von k diese Tangente parallel zur Geraden mit $x + y = 0$ verläuft. Berechnen Sie für diesen Fall die Fläche des von der Tangente und den Koordinatenachsen eingeschlossenen Dreiecks.

3.3 Führen Sie die Berechnung von 2.3.2 allgemein – in Abhängigkeit von k – durch.

3.4 Begründen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse, dass jede der Tangenten an der Stelle $x_0 = 1$ den Graphen in einem weiteren Punkt schneidet. (Für Spezialisten !)

Führen Sie den Nachweis auch durch Rechnung. (Für alle)